

**CONCURSUL PENTRU OCUPAREA POSTURILOR DIDACTICE/ CATEDRELOR
DECLARATE VACANTE/ REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
Noiembrie 2018
Probă scrisă la MATEMATICĂ
Profesori**

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- ♦ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ♦ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ♦ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.a)	$2\log_2(x-2y) = \log_2 x + \log_2 y = \log_2(xy)$ $(x-2y)^2 = xy \Leftrightarrow x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) + 4 = 0$ <p>Notăm $\frac{x}{y} = t$, ecuația devine $t^2 - 5t + 4 = 0$, cu soluțiile $t_1 = 1$ și $t_2 = 4$</p> <p>Cum $x - 2y$ și x, y sunt pozitive, atunci $\frac{x}{y} = 4$</p>	1p 1p 2p 1p
b)	$4,4 = \frac{22}{5}$ <p>Din injectivitatea funcției exponențiale se obține $3 - 2x = 3x - 2$</p> $x = 1$	1p 3p 1p
c)	<p>Din $(a-1)^2 \geq 0$, prin ridicare la putere și împărțire la a, se obține $a + \frac{1}{a} \geq 2$.</p> <p>Prin ridicare la pătrat a relației anterioare se obține $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$.</p> <p>Înmulțind relațiile obținute rezultă relația $a^3 + \frac{1}{a^3} \geq 4 - \left(a + \frac{1}{a}\right)$.</p>	2p 2p 1p
2.a)	<p>Fie ABCD un paralelogram. Construim un punct E pe prelungirea laturii AB. Notăm cu P intersecția dreptelor AD și CE, iar cu O intersecția diagonalelor trapezului AECD. Construim PO și notăm cu M intersecția acesteia cu AE, respectiv cu N intersecția cu DC. Cum PM, AC și DE ceviene $\Rightarrow \frac{PD}{DA} \cdot \frac{AM}{ME} \cdot \frac{EC}{CP} = 1$ (1)</p> <p>Cum $AE \parallel DC$, rezultă din teorema lui Thales că $\frac{PD}{DA} = \frac{PC}{CE}$, deci $\frac{PD}{DA} \cdot \frac{EC}{CP} = 1$ (2)</p> <p>Înlocuind relația (2) în relația (1) rezultă că $\frac{AM}{ME} = 1 \Leftrightarrow AM = ME$, deci [PM] mediană în triunghiul PAE, de unde rezultă că [PN] mediană în triunghiul PDC (N este mijlocul lui [DC]).</p>	2p 1p 1p 1p

b)	$3n^2 + 11n + 10 = (n+2)(3n+5)$	1p
	Dacă d este un divizor comun al celor două numere, atunci $(n+2):d$ și $(3n+5):d$. Din prima relație rezultă că d este divizor pentru orice multiplu al lui $n+2$, deci $3(n+2):d \Leftrightarrow (3n+6):d$	2p
	$[(3n+6)-(3n+5)]:d \Leftrightarrow 1:d \Leftrightarrow d=1$, ceea ce demonstrează că cele două numere sunt prime între ele. Deci $a:(3n^2 + 11n + 10)$.	2p
c)	$\frac{2x-1}{x+3} \in Z \Leftrightarrow \begin{cases} x+3/2x-1 \\ x+3/x+3 \end{cases}$	2p
	$x+3/7 \Leftrightarrow x+3 \in D_7$	2p
	$x \in \{-10; -4; -2; 4\}$	1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A_0(0, -1)$ și $A_1(1, 1)$	2p
	$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$	1p
	$\Delta = 1 \neq 0$	1p
	deci punctele nu sunt coliniare	1p
b)	$S_{\Delta OA_0 A_1} = \frac{1}{2} \Delta $	2p
	$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$	1p
	$S_{\Delta OA_0 A_1} = \frac{1}{2}$	2p
c)	$A_m(m; 2m-1), A_n(n; 2n-1), A_p(p; 2p-1)$	2p
	Se arată că $\Delta = \begin{vmatrix} m & 2m-1 & 1 \\ n & 2n-1 & 1 \\ p & 2p-1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.	3p
2.a)	$I_0 = \int x dx$	2p
	$I_0 = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C$	3p
b)	$I_1 = \int (x^2 + x) dx$	2p
	$I_1 = \int (x^2 + x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$	3p
c)	Se folosește faptul că $I_n = \int (x+1)^{n+1} dx - \int (x+1)^n dx$.	2p
	$I_n = \frac{(x+1)^{n+2}}{n+2} + \frac{(x+1)^{n+1}}{n+1} + C$	1p
	$I_n = (x+1)^{n+1} \cdot \frac{(n+1)x-1}{(n+1)(n+2)} + C$	2p

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

Itemul de tip alegere multiplă elaborat

Corectitudinea proiectării itemului **5p**

Elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) **5p**

Corectitudinea științifică a informației de specialitate **5p**

Itemul de tip întrebare structurată elaborat

Corectitudinea proiectării itemului **5p**

Elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) **5p**

Corectitudinea științifică a informației de specialitate **5p**